Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №16»
города Губкина Белгородской области

«Рассмотрено»
Руководитель МО
_____Неворотова О.В.
Протокол № 1 от
«31» августа 2021 г.

«Согласовано»
Заместитель директора МАОУ «СОШ №16»
_____ Рожнова Г.А.
«31» августа 2021 г.

«Утверждаю»
Директор МАОУ «СОШ №16» г.Губкина
_____ Шевцова М.В.
Приказ № 180-од
от «31» августа 2021г.

Рабочая программа
элективного курса
«Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи»
(предмет)
Уровень среднего общего образования
(базовый уровень, ФГОС)

Разработчики:
Воронова Светлана Александровна, высшая квалификационная категория;
Гридасова Татьяна Викторовна, высшая квалификационная категория;
Гузеева Татьяна Владимировна, первая квалификационная категория;
Матвиенко Светлана Александровна, первая квалификационная категория;
Неворотова Ольга Васильевна, высшая квалификационная категория;
Немцева Любовь Викторовна, высшая квалификационная категория;
Рожнова Галина Александровна, высшая квалификационная категория.

Срок реализации программы – 1 год.

2021 год

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №16»
города Губкина Белгородской области

Современный этап развития цивилизации характеризуется выходом математики на одно из ведущих мест в системе научных знаний и их приложений в практике - в производстве, управлении и в социально-экономической практике. Эту одну из современных черт научно-технической революции принято называть математизацией знаний. Математические методы расширили область своего применения Тем самым мы приходим к тому, что при углублённом образовании должна быть адекватным, но доступным образом отражена математизация знаний. Это достигается соответствующим определением содержания математического образования.

Курс «Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» систематизирует и упорядочивает, закрепляет и углубляет знания, умения и навыки учащихся в области элементарной алгебры. В данном курсе акцент делается на рациональных и иррациональных алгебраических задачах. Это первый и необходимый этап обучения методам решения алгебраических задач.

Закрепление и углубление знаний учащихся, полученных в курсе алгебры основной школы, основывается на систематизации задач в соответствии с типами выражений, функций, фигурирующих в задачах (рациональных и иррациональных, алгебраических, тригонометрических, показательных, логарифмических) и, на методах решения задач (переход к следствиям, равносильные преобразования, методы замены и разложения, функциональные методы, геометрические интерпретация, графическая интерпретация.

Основной целью изучения курса является:

1. Систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочнение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы.
2. Получение общего представления об элементарной алгебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки.
3. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры.
4. Овладение общими приемами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражение результатов действий.
5. Получение представления об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, математическим анализом; о единстве математики в целом.
6. Развитие внутренней мотивации и интрапсихического фактора поисковой активности в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

При изучении курса « Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» перед учащимися ставятся следующие **конкретные задачи:**

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями/выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;

- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
- освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;
- получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

Рабочая программа элективного курса «Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» составлена на основе авторской программы А.Н. Землякова элективного курса «Алгебра плюс: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» М. «Бином. Лаборатория знаний» 2007 год, составитель А.Н. Земляков. Авторская программа рассчитана на 39 часов изучения в 10 классе во втором полугодии и на 9 часов изучения в первом полугодии11класса, всего - 48 часов. Но с учетом учебного плана образовательной организации, данная рабочая программа составлена на 34 часа, из них 5 часов на контрольные работы. В авторскую программу внесены изменения: уменьшается число часов на следующие темы: «Логика алгебраических задач» - на 3 часа, «Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения» - на 1 час, «Рациональные алгебраические уравнения и неравенства» - на 2 часа, «Рациональные алгебраические системы» - на 8 часов.

Планируемые результаты освоения учебного предмета

Образовательные результаты

Предметные знания. Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений). Формула Кардано— Тарталья,

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов, Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными — основные методы.
Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).
История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).
Предметные умения, которыми должны овладеть учащиеся по изучении данного курса:
- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.
Общеинтеллектуальные умения:
- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым зада-
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.
Общекультурные компетенции:
- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Содержание программы курса

Тема 1. Логика алгебраических задач

Элементарные алгебраические задача как предложения с переменными.
Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.
Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.

Алгебраические задачи с параметрами.
Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

Представление о целых рациональных алгебраических выражения. Многочлены над полями R,Q и над кольцом Z. Степень многочлена. Кольцо многочленов.

Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.

Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.

Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановка, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.

Квадратичные неравенств: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.

Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.

Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.

Графический анализ кубического уравнения $x^3+Ax=B$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.

Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.

Линейная замена, основанная на симметрии.

Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.

Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.

Представление о рациональных алгебраических выражениях.

Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.

Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.

Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.

Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.

Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Тема 4. Рациональные алгебраические системы.

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.

Однородные системы уравнений с двумя переменными.

Замена переменных в системах уравнений.

Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-Гаусса о представлении симметричных многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).

Система Виета и симметрические системы с двумя переменными.

Метод разложения при решении систем уравнений.

Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.

Оценка значений переменных.

Сведение уравнений к системам.

Системы с тремя переменными. Основные методы.

Системы Виеты с тремя переменными.

Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи.

Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятие алгебраических и арифметических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.

Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.

Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.

Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.

Освобождение от кубических радикалов.

Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.

Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений.

Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).

«Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.

Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
Замена при решении иррациональных неравенств.
Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
Уравнения с модулями. Раскрытие модулей – стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.
Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.
Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).
Иррациональные алгебраические системы. Основные проблемы. Смешанные системы с двумя переменными.

Тематическое планирование

№ п/п	**Наименование разделов, тем**	**Количество часов**
1	Логика алгебраических задач	3 часа
2	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения	11 часов
3	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.	4 часа
4	Рациональные алгебраические системы	7 часов
5	Иррациональные алгебраические задачи	9 часов
	Всего	**34**